

Рассмотрим теорему 1, в которой доказывалось, что площади треугольников и параллелограмов с одной и той же высотой пропорциональны основаниям. Здесь общее эвклидово определение равенства отношений находит отличное применение; так как при равенстве оснований равны и площади, то применение названного определения приводит непосредственно к общей теореме, причем, в отличие от изложения в современных руководствах, нет необходимости начинать со случая соизмеримости и затем лишь делать соответствующее обобщение.

За этим следуют теоремы 2 и 3 о проведенных в треугольнике параллельных прямых и о делении стороны треугольника биссектрисой противоположного угла; потом основные теоремы (4—7) о подобных треугольниках: доказательство их ведется путем построения треугольника, подобного одному из заданных и конгруэнтного другому; теоремы эти находят немедленно приложение (8) к прямоугольному треугольнику и к двум треугольникам, на которые его делит высота, опущенная из вершины прямого угла на гипотенузу.

В 9—13 содержится деление отрезка на равные или пропорциональные части, а также построение третьей пропорциональной (т. е. четвертой к a , b и b), четвертой и средней пропорциональной; это последнее построение применялось уже в геометрической алгебре для нахождения стороны квадрата, равного заданному прямоугольнику, но тогда это приходилось доказывать иным способом.

Затем идут теоремы (14—23) об отношении между площадями фигур; основную теорему (23) о площадях параллелограмов, имеющих равные углы, мы уже упоминали; в доказательстве (19), устанавливающем, что отношение площадей подобных треугольников равно — как мы теперь выражаемся — квадрату отношения двух соответственных сторон, отношение $a : b$ этих двух сторон, которое приходится сложить с самим собой, сводят к виду $b : c$, так что квадратное отношение становится $a : c$. В этой группе теорем содержится еще и следующее предложение: в пропорции прямоугольник (произведение) из внешних членов ее равен прямоугольнику из внутренних членов.

В конце книги (28—29) рассматривается, при помощи теории пропорций, вопрос об обобщенных приложениях площадей. Одно, не зависящее, впрочем, от теории пропорций, обобщение заключается в замещении прямоугольников параллелограмми с любым заданным углом; но это последнее преобразование не имеет никакого влияния на геометрико алгебраическое значение этих задач, и мы можем оставить его в стороне и заняться только прямоугольниками.

В таком случае интересующие нас задачи сводятся к следующим:

К заданному отрезку (a) приложить заданную площадь (B) в виде такого прямоугольника (с высотой x), чтобы недостающий (28) или избыточный (29) прямоугольник был подобен заданному прямоугольнику (со сторонами c и d).